УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра ПОИТ

Отчёт по лабораторной работе №3

«ПРИЛОЖЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ»

по предмету

Методы оптимизации

Выполнил:

Гринчик В.В.

гр. 751003

Проверила:

Филатченкова О.А.

Минск 2019

**Тема 1 «ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ТЕОРИИ ИГР»**

**Дано:**

После нескольких лет эксплуатации промышленное оборудование оказывается в одном из следующих состояний: 1) оборудование может использоваться в очередном году после профилактического ремонта; 2) для безаварийной работы оборудования в дальнейшем следует заменить отдельные его детали и узлы; 3) оборудование требует капитального ремонта или замены. В зависимости от сложившейся ситуации руководство предприятия в состоянии принять такие решения: 1) отремонтировать оборудование силами заводских специалистов, что потребует, в зависимости от обстановки, затрат, равных а1, а2 или а 3 ден. ед.; 2) вызвать специальную бригаду ремонтников, расходы в этом случае составят b1, b2 или b3 ден. ед.; 3) заменить оборудование новым, реализовав устаревшее оборудование по его остаточной стоимости; совокупные затраты в результате этого мероприятия будут равны соответственно с1, с2 или с3 ден. ед. Указанные выше расходы предприятия включают кроме стоимости ремонта и заменяемых деталей и узлов убытки, вызванные ухудшением качества выпускаемой продукции, простоем неисправного оборудования, а также затраты на установку и отладку нового оборудования.

**Требуется:**

1. придать описанной ситуации игровую схему, установить характер игры и выявить ее участников, указать возможные чистые стратегии сторон;
2. составить платежную матрицу;
3. выяснить, какое решение о работе оборудования в предстоящем году целесообразно рекомендовать руководству предприятия, чтобы минимизировать потери при cледующих предположениях: а) накопленный на предприятии опыт эксплуатации аналогичного оборудования показывает, что вероятности указанных выше состояний оборудования равны соответственно q1, q2, q3; б) имеющийся опыт свидетельствует о том, что все три возможных состояния оборудования равновероятны; в) о вероятностях состояний оборудования ничего определенного сказать нельзя.
4. Решить в смешанных стратегиях (сведением к задаче линейного программирования)

**Указание** В п. 3 следует найти оптимальные чистые стратегии, пользуясь: в п. 3) а) — критерием Байеса, в п. 3) б) — критерием Лапласа, в п. 3) в) — критериями Вальда, Сэвиджа, Гурвица (значение параметра  в критерии Гурвица задается).

Вариант 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a1 | a2 | a3 | b1 | b2 | b3 | c1 | c2 | c3 | q1 | q2 | q3 | γ |
| 7 | 12 | 20 | 15 | 11 | 17 | 23 | 9 | 13 | 0,15 | 0,65 | 0,2 | 0,9 |

1. **Придать описанной ситуации игровую схему, установить характер игры и выявить ее участников, указать возможные чистые стратегии сторон;**

А1 = {Отремонтировать оборудование силами заводских специалистов}

А2 = {Вызвать специальную бригаду ремонтников}

А3 = {Заменить оборудование новым}

П1 = {Требуется профилактический ремонт}

П2 = {Требуется заменить отдельные его детали и узлы}

П3 = {Требуется капитальный ремонт или замена}

1. **Составить платежную матрицу;**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 |
| А1 | 7 | 12 | 20 |
| А2 | 15 | 11 | 17 |
| А3 | 23 | 9 | 13 |

1. **Выяснить, какое решение о работе оборудования в предстоящем году целесообразно рекомендовать руководству предприятия**

а) Вероятности указанных выше состояний оборудования равны соответственно 0,15; 0,65; 0,2 (критерий Байеса)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Байес*** |  |  |  |  |
| Платежная матрица | |  |  |  |
|  | П1 | П2 | П3 | ai |
| А1 | 7 | 12 | 20 | 12,85 |
| А2 | 15 | 11 | 17 | 12,8 |
| А3 | 23 | 9 | 13 | 11,9 |
| qj | 0,15 | 0,65 | 0,2 |  |
| Лучшей стратегией для платежной матрицы является стратегия A1 | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Матрица рисков |  |  |  |  |
|  | П1 | П2 | П3 | ai |
| А1 | 16 | 0 | 0 | 2,4 |
| А2 | 8 | 1 | 3 | 2,45 |
| А3 | 0 | 3 | 7 | 3,35 |
| qj | 0,15 | 0,65 | 0,2 |  |
| Минимальная стратегия риска A1 | | |  |  |

б) Имеющийся опыт свидетельствует о том, что все три возможных состояния оборудования равновероятны (критерий Лапласа)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Платежная матрица | |  |  |  | |
|  | П1 | П2 | П3 | Лаплас | |
| А1 | 7 | 12 | 20 | 13 | |
| А2 | 15 | 11 | 17 | 14,33333333 | |
| А3 | 23 | 9 | 13 | 15 | |
| Лучшей стратегией для платежной матрицы является стратегия A3 | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Матрица рисков |  |  |  |  |
|  | П1 | П2 | П3 | Лаплас |
| А1 | 16 | 0 | 0 | 5,33333333 |
| А2 | 8 | 1 | 3 | 4 |
| А3 | 0 | 3 | 7 | 3,33333333 |
| Минимальная стратегия риска по лапласу A3 | | | |  |

в) О вероятностях состояний оборудования ничего определенного сказать нельзя (критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Платежная матрица | |  |  |  |  |  |  |  |
|  | П1 | П2 | П3 | min aij | max aij | Вальд | Гурвиц | Сэвидж |
| А1 | 7 | 12 | 20 | 7 | 20 | 7 | 8,3 | 16 |
| А2 | 15 | 11 | 17 | 11 | 17 | 11 | 11,6 | 1 |
| А3 | 23 | 9 | 13 | 9 | 23 | 9 | 10,4 | 11 |
| bj = max aij | 23 | 12 | 20 |  |  |  |  |  |

Лучшей стратегией для платежной матрицы по Вальду является A3

Лучшей стратегией для платежной матрицы по Гурвицу является A3

Лучшей стратегией для платежной матрицы по Сэвиджу является A3

1. **Решить в смешанных стратегиях (сведением к задаче линейного программирования).**

В данной игре α = 11 ≠ β = 12 и игру следует решать в смешанных стратегиях. Т.к. цена игры v>0 (α<v<β), задачу можно сразу свести к задаче линейного программирования.



Из отчета по устойчивости x\*=(0,0388349514563107; 0,0485436893203883; 0), для игрока A

f(x) = 0,087378641

Теперь вычислим цену игры и компоненты-вероятности оптимальной смешанной стратегии.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вычилсяем цену игры v и компоненты qj оптимальной смешанной стратегии | | | | |
| v=1/f | 11,44444444 |  | v=1/f | 11,44444 |
| q1=v\*y1 | 0,111111111 |  | p1=v\*x1 | 0,444444 |
| q2=v\*y2 | 0,888888889 |  | p2=v\*x2 | 0,555556 |
| q3=v\*y3 | 0 |  | p3=v\*x3 | 0 |
|  |  |  |  |  |
| q\*=(0,(1); 0,(8); 0) |  |  | p\*=(0,(4);0,(5); 0) |  |

**Проверяем:**

Суммы p и q равны 1, цена игры 11,4 действительно между α = 11 и β = 12.

**Вывод:**

Вероятность применения первой стратегии игроком A равна 11%, вероятность применения им второй стратегии равна 89% и третьей 0%

Вероятность применения первой стратегии игроком П равна 44%, вероятность применения им второй стратегии равна 56% и третьей 0%

**Тема 2 «ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СЕТЕВОМ ПЛАНИРОВАНИИ И УПРАВЛЕНИИ»**

**Требуется найти:**

1) критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график

2) построить линейный график (график Ганта),

3) такие , , , чтобы:

1. срок выполнения всего комплекса работ не превышал заданной величины t0;
2. суммарное количество дополнительно вложенных средств было
3. минимальным;
4. продолжительность выполнения каждой работы была не меньше заданной величины .

4) по найденным данным найти новый критический путь, ранние и поздние

сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график

5) построить линейный график,

6) сделать выводы

# Постановка задачи

Проект представлен сетевым графиком. Для каждой работы известна ее продолжительность и минимально возможное время выполнения . Пусть задан срок выполнения проекта , а расчетное . Продолжительность выполнения работы () линейно зависит от суммы дополнительно вложенных средств и выражается соотношением: . Технологические коэффициенты известны.

1. **Критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| МОптим лаб №3 "Приложения линейного программирования" Вар.8 | | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  |  | | |
| **Задание №2** | | | |  | | |  |  | | | |  | |  |  | | |  |  |  | | |
|  |  | | |  | | |  |  | | | |  | |  |  | | |  |  |  | | |
|  | **Работы (i, j)** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **1,2** | | | **1,3** | | | **1,4** | **2,4** | | | | **2,5** | | **3,4** | **3,6** | | | **4,5** | **4,6** | **5,6** | | |
| **tij** | 6 | | | 13 | | | 20 | 9 | | | | 14 | | 16 | 15 | | | 10 | 17 | 13 | | |
| **dij** | 5 | | | 10 | | | 16 | 7 | | | | 11 | | 13 | 12 | | | 7 | 15 | 9 | | |
| **kij** | 0,05 | | | 0,25 | | | 0,3 | 0,07 | | | | 0,15 | | 0,1 | 0,05 | | | 0,03 | 0,14 | 0,5 | | |
|  |  | | |  | | |  |  | | | |  | |  |  | | |  |  |  | | |
| **tij** | продолжительность работы (i, j) | | | | | | | | | | |  | |  |  | | |  |  |  | | |
| **dij** | минимальное время выполнения работы (i, j) | | | | | | | | | | | | | |  | | |  |  |  | | |
| **kij** | технологические коэффициенты работы (i, j) | | | | | | | | | | | | | |  | | |  |  |  | | |
| **t0 =** | | 40 | | срок выполнения проекта | | | | | | | | |  | | |  | |  |  |  | | |
|  | |  | |  | | |  | | |  |  | | |  | |  |  |  | | |
|  | |  | |  | | |  | | |  |  | | |  | |  |  |  | | |
| **Путь (1->2)** | | | |  | **Путь (1->6)** | | | | | |  | | **Путь (2->6)** | | | | |  | **Путь (4->5)** | | |
| 12 | | | 6 |  | 136 | | | | | 28 |  | | 256 | | | | 27 |  | 45 | | 10 |
|  | | |  |  | 146 | | | | | 37 |  | | 246 | | | | 26 |  |  | |  |
| **Путь (1->3)** | | | |  | 1256 | | | | | 33 |  | | 2456 | | | | 32 |  | **Путь (4->6)** | | |
| 13 | | | 13 |  | 1246 | | | | | 32 |  | |  | | | |  |  | 46 | | 17 |
|  | | |  |  | 1346 | | | | | 46 |  | | **Путь (3->4)** | | | | |  | 456 | | 23 |
| **Путь (1->4)** | | | |  | 1456 | | | | | 43 |  | | 34 | | | | 16 |  |  | |  |
| 14 | | | 20 |  | 12456 | | | | | 38 |  | |  | | | |  |  | **Путь (5->6)** | | |
| 124 | | | 15 |  | 13456 | | | | | 52 |  | | **Путь (3->5)** | | | | |  | 56 | | 13 |
| 134 | | | 29 |  |  | | | | |  |  | | 345 | | | | 26 |  |  | |  |
|  | | |  |  | **Путь (2->4)** | | | | | |  | |  | | | |  |  |  | |  |
| **Путь (1->5)** | | | |  | 24 | | | | | 9 |  | | **Путь (3->6)** | | | | |  |  | |  |
| 125 | | | 20 |  |  | | | | |  |  | | 36 | | | | 15 |  |  | |  |
| 1245 | | | 25 |  | **Путь (2->5)** | | | | | |  | | 3456 | | | | 39 |  |  | |  |
| 1345 | | | 39 |  | 25 | | | | | 14 |  | | 346 | | | | 33 |  |  | |  |
| 145 | | | 30 |  | 245 | | | | | 19 |  | |  | | | |  |  |  | |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Временные параметры событий | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Событие** | **tр** | **tп** | **R** |  | **tр - ранний срок свершения события** | | | |  |
| **1** | 0 | 0 | 0 |  | **tп - поздний срок свершения события** | | | |  |
| **2** | 6 | 20 | 14 |  | **R - резерв времени события** | | |  |  |
| **3** | 13 | 13 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| **4** | 29 | 29 | 0 |  | События 1, 3, 4, 5, 6 критические, т.к. их резервы времени равен 0 | | | |  |
| **5** | 39 | 39 | 0 |  |  |
| **6** | 52 | 52 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| tкр = | 52 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Критический путь** - 13456 | | |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Временные параметры работ** | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Работа** | **tij** | **tрн** | **tпн** | **tро** | **tпо** | **Rп** | **Rн** | **R'** | **R''** |
| **1,2** | 6 | 0 | 14 | 6 | 20 | 14 | 0 | 14 | 0 |
| **1,3** | 13 | 0 | 0 | 13 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1,4** | 20 | 0 | 9 | 20 | 29 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| **2,4** | 9 | 6 | 20 | 15 | 29 | 14 | 0 | 0 | 14 |
| **2,5** | 14 | 6 | 25 | 20 | 39 | 19 | 5 | 5 | 19 |
| **3,4** | 16 | 13 | 13 | 29 | 29 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **3,6** | 15 | 13 | 37 | 28 | 52 | 24 | 24 | 24 | 24 |
| **4,5** | 10 | 29 | 29 | 39 | 39 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **4,6** | 17 | 29 | 35 | 46 | 52 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| **5,6** | 13 | 39 | 39 | 52 | 52 | 0 | 0 | 0 | 0 |



1. **Построить линейный график (график Ганта)**
2. **Найти такие , ,**

* Срок выполнения всего комплекса работ не превышал заданной величины t0;
* Суммарное количество дополнительно вложенных средств было

минимальным;

* Продолжительность выполнения каждой работы была не меньше заданной величины .

Расчеты показали, что срок выполнения проекта , т.е. превышает директивный срок .

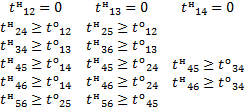
## Математическая модель

Целевая функция имеет вид:

Ограничения задачи:

срок выполнения проекта не должен превышать

* продолжительность выполнения каждой работы должна быть не меньше минимально возможного времени:
* Зависимость продолжительности работ от вложенных средств:
* Время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы:



**Числовое решение:**





1. **По найденным данным найти новый критический путь, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резервы времени, построить сетевой график**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Временные параметры событий | | | |  |  |  |  |  |  |
| **Событие** | **tр** | **tп** | **R** |  |  |  |  |  |  |
| **1** | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| **2** | 6 | 14 | 8 |  |  |  |  |  |  |
| **3** | 10 | 10 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| **4** | 23 | 23 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| **5** | 31 | 31 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| **6** | 40 | 40 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| tкр = | 40 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Критические пути - 13456, 1346** | | | |  |  |  |  |  |  |
| **Временные параметры работ** | | | |  |  |  |  |  |  |
| **Работа** | **tij** | **tрн** | **tпн** | **tро** | **tпо** | **Rп** | **Rн** | **R'** | **R''** |
| **1,2** | 6 | 0 | 8 | 6 | 14 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| **1,3** | 10 | 0 | 0 | 10 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1,4** | 20 | 0 | 3 | 20 | 23 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| **2,4** | 9 | 6 | 14 | 15 | 23 | 8 | 0 | 0 | 8 |
| **2,5** | 14 | 6 | 17 | 20 | 31 | 11 | 3 | 3 | 11 |
| **3,4** | 13 | 10 | 10 | 23 | 23 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **3,6** | 15 | 10 | 25 | 25 | 40 | 15 | 15 | 15 | 15 |
| **4,5** | 8 | 23 | 23 | 31 | 31 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **4,6** | 17 | 23 | 23 | 40 | 40 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **5,6** | 9 | 31 | 31 | 40 | 40 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. **Построить линейный график**
2. **Выводы**

Чтобы выполнить работы проекта за директивное время t0=40, необходимо дополнительно вложить: 116 ден.ед. При этом средства распределятся следующим образом: 12 ден.ед. – в работу (1,3), 30 ден.ед. – в работу(3,4), 66.67 ден.ед. – в работу (4,5) и 8 ден.ед. – в работу (5,6), что приведет к сокращению продолжительности работы (1,3) на 3 дня, работы (3,4) - на 3 дня, работы (4, 5) - на 2 дня и работы(5, 6) - на 4 дня. Сокращение срока реализации проекта за счет вложения дополнительных средств составит 12 ед. времени.